

Ecuaciones Diferenciales II Examen X

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen X

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2023/2024.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Segunda prueba de clase.

Fecha 29 de mayo de 2024.

Ejercicio 1. Para cada $n \geq 1$ la solución del problema de valores iniciales

$$\ddot{\theta} + 7 \sin \theta = 0, \quad \theta(0) = \pi - \frac{1}{n}, \quad \dot{\theta}(0) = \frac{1}{n}$$

se denota por $\theta_n(t)$. Calcula, si existe, $\lim_{n \rightarrow \infty} \dot{\theta}_n(3\pi)$.

Ejercicio 2. Se considera la ecuación diferencial

$$x' = |x|x.$$

¿Hay unicidad del problema de Cauchy para toda condición inicial $(t_0, x_0) \in \mathbb{R}^2$? En caso afirmativo encuentra la solución general.

Ejercicio 3. La solución del problema

$$x' = x + y \sin x, \quad y' = -7y + x \sin y, \quad x(0) = \varepsilon, \quad y(0) = 3\varepsilon$$

se denota por $(x(t; \varepsilon), y(t; \varepsilon))$. Calcula, si existe, el siguiente límite,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} [y(t; \varepsilon) - y(t; 0)].$$

Ejercicio 4. Se supone que $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ es una función continua para la que la ecuación

$$f(x) = 0$$

tiene una única solución $x_* \in [0, 1]$. Nos dan dos sucesiones de números en el intervalo $[0, 1]$, $\{x_n\}$ y $\{y_n\}$, que cumplen $f(x_n) = y_n$. Demuestra que si $\{y_n\} \rightarrow 0$ entonces $\{x_n\} \rightarrow x_*$.

Ejercicio 5. Dada una función $U \in C^1(\mathbb{R}^2)$ se considera el sistema

$$\ddot{x} = \frac{\partial U}{\partial x}(x, y), \quad \ddot{y} = \frac{\partial U}{\partial y}(x, y).$$

- a) Dada una solución $(x(t), y(t))$ definida en un intervalo I , demuestra que existen números $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ tales que la función

$$a\dot{x}(t)^2 + b\dot{y}(t)^2 + cU(x(t), y(t))$$

es constante en I .

- b) Se supone que $U(x, y) \leq -3$ para cada $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Prueba que todas las soluciones maximales están definidas en $]-\infty, +\infty[$.